

## Qüestions de 3 punts

1. El nombre  $a$ , el quadrat del qual és igual a  $2020^{20}$ , es multiplica pel cub del nombre  $2020^{19}$ . Quin és el resultat?

- A)  $2020^{87}$       B)  $2020^{67}$       C)  $2020^{90}$       D)  $2020^{20}$       E)  $2020^{25}$

2. La ràtio de la velocitat entre un vianant i un ciclista és  $2 : 7$ . Un vianant recorre 4 km en una hora. Quants quilòmetres recorrerà el ciclista en 4 hores?

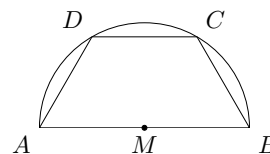
- A) 14      B) 16      C) 28      D) 36      E) 56

3. Eva, Carla, Andrea, Irene i Roser són bones amigues. Per això, sempre volen seure una al costat de l'altra en una llarga taula en la classe de biologia. Eva és esquerrana i sempre seu al costat esquerre de la taula. De quantes formes diferents poden seure a la taula?

- A) 4      B) 16      C) 20      D) 24      E) 36

4. Els vèrtexs d'un trapezi isòsceles  $ABCD$  amb  $AD = BC$  estan situats en un semicercle amb centre  $M$  i radi 6. A més,  $AM = AD$ . Quina és la longitud de  $CD$ ?

- A) 5      B) 6      C)  $21r$       D) 7      E)  $S$



5. Quan Alícia vol enviar un missatge a Pere utilitza el següent sistema conegut per Pere.

$$A = 01, B = 02, C = 03, \dots, Z = 26.$$

Després de convertir cada lletra en un nombre, ella suma al doble del nombre el nombre 9. Tot seguit, Alícia envia a Pere el missatge en una successió numèrica. Aquest matí Pere ha rebut 25-39-45-38 i descodifica aquesta successió. Quin és el missatge original que ha de trobar Pere?

- A) HORA      B) HOLA      C) HOME      D) HORT  
E) Alícia ha comès un error. Pere no pot desxifrar el missatge original.

6. Quin és el resultat de dividir el volum de l'esfera circumscrita en un cub pel volum de l'esfera inscrita en aquest cub?

- A)  $\sqrt{2}$       B) 1,5      C)  $\sqrt{3}$       D)  $2\sqrt{2}$       E)  $3\sqrt{3}$

7. Quina és l'última xifra no nul·la del nombre  $2^{57} \cdot 3^4 \cdot 5^{53} \cdot 4$ ?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 6      E) 9

8. Alexandra ha escrit la següent operació, en què només fa servir el dígit 2:

$$2^{2^2} \cdot 2^{2^{2^2}} : \left( (2^2)^2 \right)^2$$

Quin és el seu resultat?

- A)  $2^9$       B)  $2^{10}$       C)  $2^{11}$       D)  $2^{12}$       E)  $2^{13}$

---

9. Quantes solucions enteres té l'equació  $15x + 3y = 2020$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 5      E) No és possible determinar-les.
- 

10. Quina de les següents funcions té una gràfica que talla l'eix  $X$  exactament dues vegades?

- A)  $f(x) = \sin x - 1$       B)  $f(x) = x^2 - 1$       C)  $f(x) = e^x - 1$   
D)  $f(x) = \ln x - 1$       E)  $f(x) = x - 1$
- 
- 

### Qüestions de 4 punts

---

11. En una competició esportiva 16 equips juguen en fases eliminatòries. A cada ronda cada equip juga contra un altre equip. El guanyador de cada partit passa a la ronda següent. El torneig s'acaba una vegada es juga el partit final. Quants partits es juguen a la competició?

- A) 12      B) 15      C) 17      D) 31      E) 32
- 

12. Un gimnàs matemàtic va decidir implementar la següent promoció per a grups: «Més amics, més gran és el descompte! Els grups de  $n$  amics tenen un descompte d'un  $n$  % en cada entrada, però de manera que, per als grups que gaudisquen d'aquesta promoció, el màxim descompte per a tot el grup serà el preu normal de 4 entrades.» Per tal que això passe, aquesta promoció s'hauria de limitar a grups de, com a màxim, quantes persones?

- A) 10      B) 20      C) 30      D) 50      E) 100
- 

13. A quina de les següents expressions és igual l'expressió  $\left(2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6 + \frac{1}{8}}}\right) \cdot \frac{1}{2}$ ?

- A)  $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$       B)  $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6}}}$       C)  $1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{3 + \frac{1}{16}}}$   
D)  $1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{4 + \frac{1}{10}}}$       E)  $1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{12 + \frac{1}{16}}}$
- 

14. Dibuixem un quadrat tan gran com és possible dins d'un cercle. Tot seguit, dibuixem un cercle tan gran com és possible dins d'aquest quadrat. Tot seguit, dibuixem un quadrat tan gran com és possible dins d'aquest darrer cercle, i així successivament. El diàmetre del primer cercle (el més gran), és igual a 4. Quin és el diàmetre del quart cercle?

- A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\sqrt{2}$       E)  $2\sqrt{2}$
- 

15. Trobeu el valor de  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 99 \cdot 100}{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 99)(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 49 \cdot 50)}$ .

- A) 1      B) 100      C)  $52 \cdot 54 \cdots 98 \cdot 100$       D)  $2^{50}$       E)  $\frac{1}{98}$
-

---

16. D'un nombre real sabem que  $x^3 < 64 < x^2$ . Quina de les següents opcions és la correcta?

- A)  $0 < x < 64$     B)  $-8 < x < 4$     C)  $8 < x$     D)  $-4 < x < 8$     E)  $x < -8$

---

17. Numerant les pàgines d'un llibre hem utilitzat exactament 231 xifres. Quantes pàgines té el llibre?

- A) 111    B) 113    C) 115    D) 116    E) 117

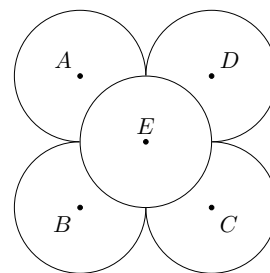
---

18. Marta vol comprar un ordinador i ha anat a dues botigues. En la primera botiga (A) li fan un descompte del 15% i després d'aquest un altre descompte extra de 90 euros. En la segona botiga (B) li fan un únic descompte del 25%. Si Marta estalvia 15 euros comprant en la botiga (A) en comptes de comprar en la botiga (B), quant costa l'ordinador?

- A) 750,00 €    B) 900,00 €    C) 1 000,00 €    D) 1 050,00 €    E) 1 500,00 €

---

19. Quatre boles de la mateixa mida estan damunt d'una taula formant un quadrat. Al centre, damunt d'elles es posa una cinquena bola també de la mateixa mida. A la figura es mostra com es veuria des de dalt. Si  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  i  $E$  són els centres de les boles, quants graus té l'angle  $\angle AEC$ ?



- A)  $45^\circ$     B)  $60^\circ$     C)  $66\frac{2}{3}^\circ$     D)  $75^\circ$     E)  $90^\circ$

---

20. En una successió numèrica, cada nombre des del tercer en endavant és igual a la suma del doble de l'anterior i l'anterior d'aquest, és a dir,  $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ . Si el tercer nombre és 9 i el sisé és 128, quin és el cinqué nombre de la successió?

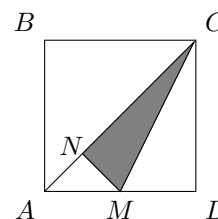
- A) 48    B) 53    C) 68    D) 88    E) 104

---

## Qüestions de 5 punts

---

21. Donat el quadrat  $ABCD$  i sabent que  $M$  és el punt mitjà del costat  $AD$  i que  $MN$  és perpendicular a la diagonal  $AC$ , quina part del quadrat representa la zona marcada amb gris?



- A)  $1/6$     B)  $1/5$     C)  $7/36$     D)  $3/16$     E)  $7/40$

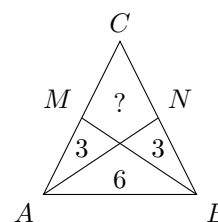
---

22. Abans de 2020, l'hotel *Gran Cangur* oferia solament habitacions triples o quàdruples. Durant la seua reconstrucció, totes les habitacions van ser reconvertides a dobles per tal de millorar-ne la qualitat. Abans d'aquesta reconstrucció, l'hotel podia allotjar 500 persones i ara pot allotjar 300 persones. Quantes habitacions quàdruples hi havia abans de la reconstrucció de l'hotel?

- A) 25    B) 50    C) 75    D) 100    E) 250

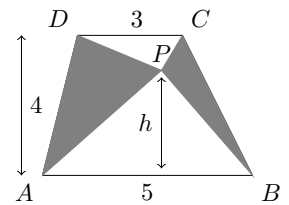
---

23. Els punts mitjans dels costats iguals d'un triangle isòsceles  $ABC$  són  $M$  i  $N$ . Els segments  $AN$  i  $MB$  divideixen el triangle  $ABC$  en tres triangles, les àrees dels quals es mostren a la figura, i un quadrilàter. Quina és l'àrea del quadrilàter que manca?



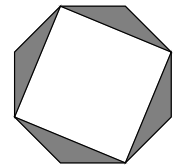
- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

24. El punt  $P$  és interior al trapezi  $ABCD$  que té costats paral·lels de longituds 3 cm i 5 cm i altura 4 cm. Siga  $h$  la distància del punt  $P$  al costat  $AB$ . El trapezi es divideix en dos triangles blancs i altres dos triangles ombrejats com indica la figura. Sota quina condició l'àrea blanca és igual a l'ombrejada?



- A) Si  $h = 1,5$  cm.    B) Si  $h = 2$  cm.    C) Si  $h = 2,5$  cm.  
 D) No és possible per a cap valor  $h$ .  
 E) Aquesta igualtat d'àrees és certa per a qualsevol valor  $h$ .

25. L'àrea del quadrat de la figura és 1. Quina és l'àrea de la part ombrejada de l'octàgon regular?



- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\sqrt{2} - 1$     C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     D) 1    E)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

26. Quants triangles diferents hi ha de manera que les longituds dels seus costats són nombres naturals i el perímetre és igual a 20? Estem considerant que, per exemple, els triangles amb costats de longituds respectives 3, 4, 5 i amb costats de longituds respectives 3, 5, 4 són iguals.

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 10    E) 12

27. Clara canvia un nombre  $N$  escrit a la pissarra seguint la següent regla: Si  $N$  és múltiple de 3, llavors Clara disminueix una unitat; si el residu de dividir  $N$  entre 3 és 2, llavors Clara disminueix 2 unitats; si el residu de dividir  $N$  entre 3 és 1, llavors Clara augmenta 2 unitats. Clara comença amb el nombre 10 000. Quin nombre haurà obtingut al cap de 2020 passos?

- A) 886    B) 6977    C) 6974    D) 6975    E) 9198

28. Tenim sis nombres enters positius dels quals el més gran és  $n$ . Entre aquests nombres només en podem trobar una parella  $a, b$  amb  $a < b$  de manera que  $a$  no és divisor de  $b$ . Quin és el menor valor que pot tenir  $n$ ?

- A) 9    B) 12    C) 24    D) 36    E) 45

29. Siguen  $a > 1, b > 1$ . Trobeu el valor de  $x$  per al qual  $a^{2x} - b^{2x} - 2(ab)^x = 0$ .

- A)  $\frac{1}{\ln \frac{a}{b}}$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{\ln \frac{a}{b}}$     C)  $\ln \frac{a}{b}$     D)  $\frac{\ln(\sqrt{2} + 1)}{\ln \frac{a}{b}}$     E)  $\frac{\ln(\sqrt{2} - 1)}{\ln(ab)}$

30. Si  $f(xy) = f(x + y)$ , per a tots els enters  $x, y$  i  $f(9) = 18$ , quin és el valor de  $f(2020)$ ?

- A) 9    B) 18    C) 2020    D) 4040    E) un altre