

Qüestions de 3 punts

1. La bandera de Cangurlàndia és un rectangle dividit en tres rectangles iguals, disposats com es mostra a la figura. Quina és la proporció entre les longituds dels costats del rectangle blanc?



A) 1 : 2 B) 2 : 3 C) 2 : 5 D) 3 : 7 E) 4 : 9

2. Cadascun dels nombres 1, 2, 3 i 4 s'escriu en una cella diferent d'una taula 2×2 . Després, es calcula la suma dels nombres de cada fila i de cada columna. Dues d'aquestes sumes donen 4 i 5. Quant donen les altres dues sumes?



A) 6 i 6 B) 3 i 5 C) 4 i 5 D) 4 i 6 E) 5 i 6

3. A l'interior de cadascun de cinc rectangles iguals s'ha pintat una part de color gris. Quin quadrat té pintada una àrea més gran?

A) B) C) D) E) 

4. Tres triangles estan enllaçats com es mostra a la figura de la dreta. Quina de les figures següents mostra aquests tres triangles enllaçats de la mateixa manera?

A) B) C) D) E) 

5. Una piràmide té 24 cares. Quantes arestes té aquesta piràmide?

A) 23

B) 24

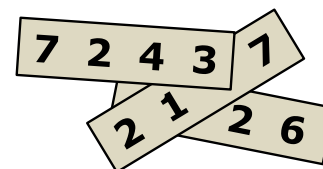
C) 46

D) 48

E) 69

6. Tres nombres de quatre xifres estan escrits en tres trossos de paper, com es mostra a la imatge. La suma dels tres nombres és 11126. Tres de les xifres estan ocultes. Quines són les xifres ocultes?

A) 1, 4 i 7 B) 1, 5 i 7 C) 3, 3 i 3 D) 4, 5 i 6 E) 4, 5 i 7



7. Quina és la primera xifra (la de més a l'esquerra) del nombre enter més xicotet que les seves xifres sumen 2019?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

8. Cadascuna de les cares d'un dau està marcada amb 1, 2 o 3 punts, de manera que la probabilitat d'obtenir un 1 és $1/2$, la probabilitat d'obtenir un 2 és $1/3$ i la probabilitat d'obtenir un 3 és $1/6$. Quina de les imatges següents no pot ser una vista d'aquest dau?

A) B) C) D) E) 

9. Miquel ha inventat una nova operació entre nombres reals, anomenada “ \diamond ”, definida per

$$x \diamond y = y - x$$

Si a , b i c compleixen que $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, quina de les relacions següents és necessàriament certa?

- A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

10. Quants dels nombres enters entre 2^{10} i 2^{13} , ambdós inclosos, són divisibles per 2^{10} ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Qüestions de 4 punts

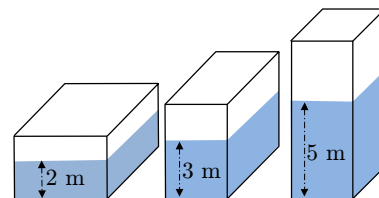
11. Considerem el nombre $7! + 8! + 9!$. Quina és la potència més alta de 3 que és un divisor d'aquest nombre?

- A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) Una potència de 3 més alta que 3^6

12. Aquest any, el nombre de xics de la meua classe ha crescut en un 20% i el nombre de xiques ha disminuït en un 20%. Ara tenim un estudiant més que abans. Quin dels següents pot ser el nombre actual d'estudiants de la meua classe?

- A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

13. Un dipòsit en forma de prisma rectangular està parcialment ple amb 120 m^3 d'aigua. La profunditat de l'aigua és o bé de 2 m, o bé de 3 m, o bé de 5 m, depenent de quina cara del prisma està tocant a terra, com es mostra a la figura (que no és a escala). Quin és el volum del dipòsit?

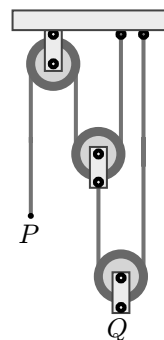


- A) 160 m^3 B) 180 m^3 C) 200 m^3 D) 220 m^3 E) 240 m^3

14. Tres cangurs, Aleix, Baltasar i Carles, van a passejar cada dia. Si Aleix no porta barret, aleshores Baltasar en porta. Si Baltasar no porta barret, aleshores Carles en porta. Avui Carles no porta barret. Qui porta necessàriament barret avui?

- A) Aleix i Baltasar
B) Aleix
C) Aleix, Baltasar i Carles
D) Ni Aleix ni Baltasar
E) Baltasar

15. El sistema que es mostra a la figura consisteix en tres politges amb trossos verticals de corda entre elles. L'extrem P és mogut 24 centímetres cap avall. Quants centímetres es mou el punt Q cap amunt?



- A) 24 cm B) 12 cm C) 8 cm D) 6 cm E) $\frac{24}{5}$ cm

16. Quants enters positius n compleixen que el seu divisor més gran, exclòs n , és igual a $n - 6$?

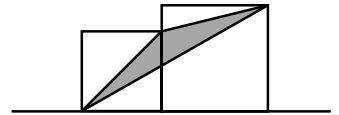
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) Infinitos

17. Una caixa conté 4 peces de xocolata i 1 xiclet de fruites. Joan i Maria fan torns traient a l'atzar una laminadura de la caps, sense reemplaçament. Qui traga el xiclet de fruites serà el guanyador. Joan trau el primer. Quina és la probabilitat que Maria guanye?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

18. En la figura es mostren dos quadrats adjacents amb costats de longituds a i b ($a < b$). Quina és l'àrea del triangle ombrejat?

- A) \sqrt{ab} B) $\frac{1}{2}a^2$ C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



19. Quina és la part entera de $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

20. Per calcular el resultat de $\frac{a+b}{c}$ Sara escriu $a + b \div c =$ en una calculadora i el resultat surt 11 (a , b i c són enters positius). Aleshores, escriu $b + a \div c =$ i se sorprèn de veure que el resultat és 14. Aleshores s'adona que la calculadora respecta la jerarquia d'operacions. Quin és el resultat correcte de $\frac{a+b}{c}$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Qüestions de 5 punts

21. Si a és la suma de tots els divisors positius de 1024 i b és el producte de tots els divisors positius de 1024, quina de les igualtats següents és correcta?

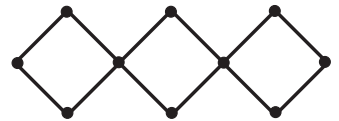
- A) $(a - 1)^5 = b$ B) $(a + 1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$

22. Quin és el conjunt de tots els valors del paràmetre a pels quals l'equació $2 - |x| = ax$ té exactament dues solucions?

- A) $-\infty < a \leq -1$ B) $-1 < a < 1$ C) $1 \leq a < +\infty$ D) $a = 0$ E) $a = -1$ o $a = 1$

23. Els vèrtexs de la xarxa que es mostra a la figura estan marcats amb els nombres de l'1 al 10, a cadascun dels deu vèrtexs un nombre diferent. La suma S dels quatre nombres marcats en cada quadrat és la mateixa. Quin és el valor més xicotet possible de S ?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22



24. Quants plans passen per almenys tres vèrtexs d'un cub donat?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

25. Quatre línies rectes diferents passen per l'origen de coordenades. Les rectes intersequen la paràbola $y = x^2 - 2$ en vuit punts. Quin és el producte de les vuit coordenades x d'aquests punts?

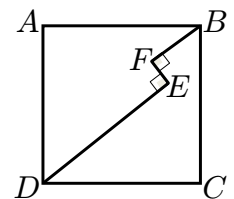
- A) 16 B) -16 C) 8 D) -8 E) El producte pot tenir diversos valors.

26. Quants nombres enters n tenen la propietat que $|n^2 - 2n - 3|$ és un nombre primer?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Infinites

27. Un camí $DEFB$ amb $DE \perp EF$ i també $EF \perp FB$ es troba a l'interior del quadrat $ABCD$, com es mostra a la figura. Si $DE = 5$, $EF = 1$ i $FB = 2$, quina és la longitud del costat del quadrat?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) 5



28. La successió a_1, a_2, a_3, \dots comença amb $a_1 = 49$. Per $n \geq 1$, el nombre a_{n+1} s'obté afegint 1 a la suma de les xifres de a_n i aleshores fent el quadrat del resultat. Per tant, $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Determineu a_{2019} .

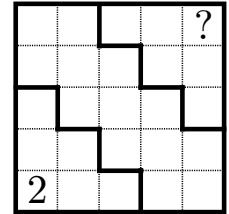
- A) 121 B) 25 C) 64 D) 400 E) 49

29. Del conjunt $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$, n'escollim a l'atzar tres nombres diferents. Quina és la probabilitat que un dels tres sigui la mitjana dels altres dos?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

30. El quadrat que es mostra a la figura s'omple amb nombres, de manera que cada fila i cada columna continga els nombres 1, 2, 3, 4, i 5 exactament una vegada. A més, la suma dels nombres en cadascuna de les tres àrees vorejades amb traç gruixut és la mateixa. Quin és el nombre que queda a la cantonada de dalt a la dreta?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Cangur 2019

