
Qüestions de 3 punts

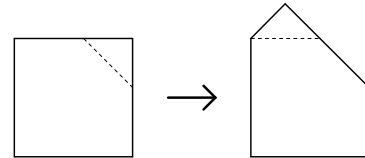
1. Si un prisma té 2018 cares, quants vèrtexs té?

- A) 4036 B) 2018 C) 6048 D) 4032 E) No pot tenir 2018 cares

2. Si a, b, c, d són nombres enters positius i $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$, quin és el nombre més gran dels quatre nombres a, b, c, d ?

- A) a B) b C) c D) d E) No es pot determinar

3. A un paper quadrat que fa 1 dm de costat li hem retallat un triangle mitjançant un tall paral·lel a una diagonal. Després ens hem adonat que el triangle retallat té la propietat que, si l'adosem sense superposar-lo al que queda del quadrat, es forma un pentàgon (vegeu les figures). Quina és la mesura, en dm, del costat més curt d'aquest pentàgon?



- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{5} - 2$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2} + 1}{5}$

4. Una manta de llit de 220×240 cm s'ha de plegar per la meitat diverses vegades de manera que es pugui guardar en un calaix de 55×40 cm. Quin és el nombre més petit de vegades que hem de plegar la manta?

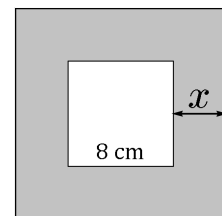
- A) 4 B) 6 C) 9 D) 5 E) 10

5. Un rectangle blanc de 10×9 amb costats rojos es divideix en 90 quadrats unitaris. Tots els quadrats unitaris que tenen almenys un costat roig es pinten de roig. Després, tots els quadrats unitaris que comparteixen almenys un costat amb els rojos es pinten de verd. Quina és la quantitat de quadrats unitaris blancs que resten?

- A) 30 B) 20 C) 22 D) 56 E) 42

6. En la figura hi ha dos quadrats. La longitud del costat del quadrat menut és 8 cm i l'àrea de la regió grisa compresa entre els dos quadrats és 132 cm^2 . Trobeu el valor de x .

- A) 2 cm B) 5 cm C) 4 cm
D) 3 cm E) 6 cm

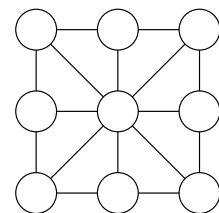


7. Siguen f i g dues funcions definides així: $f(x) = x + 1$ i $g(x) = x - 1$. Calculem $s = f(3) \cdot g(5)$. Quina de les següents igualtats no és correcta?

- A) $s = f(1) \cdot g(9)$ B) $s = f(4) \cdot g(4)$ C) $s = f(7) + g(9)$
D) $s = f(15) \cdot g(2)$ E) $s = f(7) \cdot g(3)$

8. Anna vol escriure nou nombres en els cercles del diagrama de manera que per als vuit triangles més menuts que es poden veure la suma dels nombres dels seus vèrtexs siga la mateixa. Quina és la quantitat més gran de nombres distints que pot utilitzar Anna?

- A) 5 B) 2 C) 8
D) 3 E) Tots han de ser iguals.



9. La quantitat de nombres enters entre l'arrel quadrada de 50 i l'arrel quadrada de 500 és:

- A) 62 B) 14 C) 63 D) 15 E) 449

10. Quina funció té per gràfica la que teniu a la dreta?



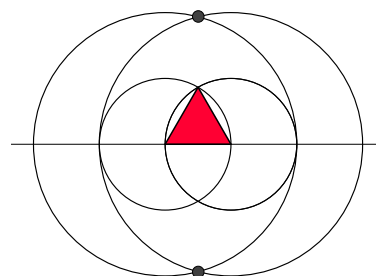
- A) $y = \sin(2x)$ B) $y = \frac{\cos(2x)}{2}$ C) $y = \frac{1 - \cos x}{2}$ D) $y = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ E) $y = \sin^2(x)$

Qüestions de 4 punts

11. Quan un nombre enter positiu, N , es divideix per 6, el residu de la divisió és 5. Quin és el residu quan N^2 es divideix per 12?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 13 E) cap dels anteriors

12. La figura mostra un triangle equilàter de costat 1, acolorit a la figura. Amb centre en dos vèrtexs del triangle dibuixem les circumferències que tenen centre en un d'ells i passen per l'altre. Després, amb centre en els mateixos punts, tracem dues circumferències tangents a les anteriors, com es mostra a la figura. Quina és la distància entre els dos punts d'intersecció de les dues circumferències grans?



- A) $\sqrt{11}$ B) $\sqrt{12}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{14}$ E) $\sqrt{15}$

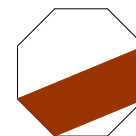
13. El nombre enter positiu N té exactament sis divisors que són nombres enters positius, incloent-hi 1 i N . El producte de cinc d'aquests divisors és 648. Quin dels nombres enters següents és l'altre divisor de N ?

- A) 12 B) 4 C) 9 D) 24 E) 16

14. La suma dels nombres naturals des de 1 fins a n és un nombre de tres xifres, totes elles iguals. Quants de nombres hi ha en aquesta suma?

- A) 38 B) 36 C) 39 D) 35 E) 37

15. En un octògon regular, quina és la raó que correspon a la zona ombrejada en relació amb l'àrea total?



- A) $\frac{1 + \sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{1 + \sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{2 + \sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}$

16. Calculeu quantes solucions reals distintes té l'equació

$$(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1.$$

- A) 1 B) 3 C) 2 D) 4 E) Infinites

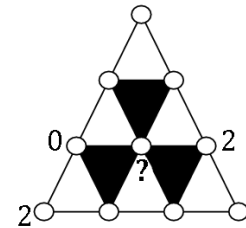
17. A l'illa dels Cavallers i dels Mentiders cada ciutadà és un cavaller (i sempre diu la veritat) o un mentider (i sempre menteix). En un viatge per l'illa ens trobem 7 ciutadans asseguts en rogle al voltant d'una foguera. Tots ells ens diuen la mateixa frase: «Eestic assegut entre dos mentiders!». Quants mentiders hi ha entre eixes 7 persones?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) La situació és impossible.

18. Siguen a i b les solucions de l'equació $x^2 + x - 7 = 0$. Trobeu el nombre $3a^2 + 4b^2 + 2a + 3b + 1$.

- A) 54 B) 51 C) $10\sqrt{20}$ D) -29 E) -32

19. Cadascun dels punts de la figura següent està marcat amb un 0, un 1 o un 2. Sabem que la suma dels nombres dels vèrtexs de cada triangle de color blanc és divisible per 3, mentre que la suma dels nombres dels vèrtexs de cada triangle de color negre no és divisible per 3. Tres dels punts ja tenen assignat un valor, com es mostra en la figura. Aleshores, quin ha de ser el valor assignat al punt central?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 2 o 1 E) És impossible de determinar.

20. La suma de dos nombres reals és el triple que la seua diferència. Quin és el resultat de dividir la suma dels quadrats d'aquests dos nombres pel seu producte?

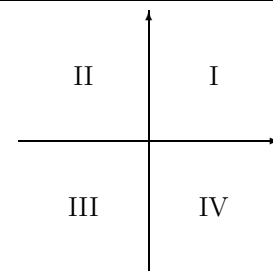
- A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{4}$

Qüestions de 5 punts

21. Volem dibuixar la gràfica del conjunt de solucions de l'equació

$$x^3 + y^3 = x^2 y^2.$$

Considerem els quatre quadrants en què els eixos de coordenades divideixen el pla (els quadrants no inclouen els eixos). Què es pot dir sobre els punts de la gràfica?

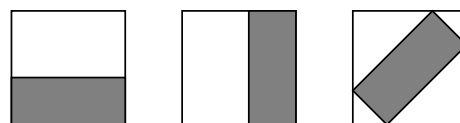


- A) Cap dels punts és del quadrant I.
B) Cap dels punts és del quadrant II.
C) Cap dels punts és del quadrant III.
D) Cap dels punts és del quadrant IV.
E) Hi ha punts en els quatre quadrants.

22. Tenim caixes numerades amb 1, 2, 3, ... En la caixa número 1 introduïm una pilota amb el número 1. En la caixa número 2 introduïm dues pilotes amb els números 2 i 3. En la caixa número 3 introduïm tres pilotes amb els números 4, 5 i 6. I així successivament. En quina caixa hi haurà la pilota amb el número 2018?

- A) 50 B) 53 C) 60 D) 64 E) 70

23. Una estora rectangular encaixa perfectament en una habitació en les tres formes diferents mostrades en les imatges. Quina és la proporció entre el costat llarg de l'estora i el costat curt?



- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $3\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $2\sqrt{2}$

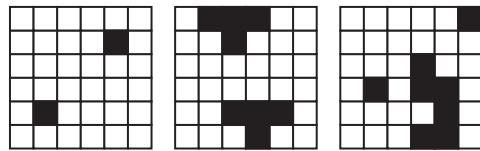
24. La suma de sis nombres enters positius distintes és 24. Quants valors diferents pot prendre el seu producte?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. L'any 1955 l'edat d'un conegut matemàtic era igual a la suma dels dígit de l'any en què va nàixer. Trobeu la suma dels dígit de l'any en què el matemàtic va complir els 50 anys.

- A) 31 B) 30 C) 29 D) 24 E) 25

26. A les figures següents podeu veure tres taulers quadriculats de mida 6×6 amb alguns forats. Volem recobrir els taulers amb fitxes rectangulars de mida 1×2 de manera que cada fitxa recobrisca exactament dos dels quadrats del tauler i no recobrisca cap forat. Quins dels taulers anteriors podran ser recoberts?



(1) (2) (3)

- A) Només l'(1) B) Només el (2) C) Només el (3)
 D) L'(1) i el (3) però no el (2) E) El (2) i el (3) però no l'(1)

27. Utilitzant només dígitos imparells es formen tots els possibles nombres de tres xifres. La suma de tots aquests nombres és:

- A) 69375 B) 19375 C) 244130625 D) 78125 E) 84755

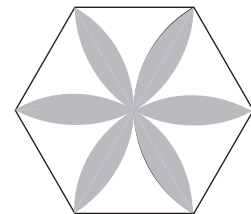
28. Pau té una caixa de forma cúbica amb una diagonal interior de $\sqrt{3}$ dm. Quina de les esferes següents pot ficar en la caixa?

- A) Una esfera d'1 dm de radi
 B) Una esfera de $\sqrt{3}$ dm de diàmetre
 C) Una esfera d'1 dm^3 de volum
 D) Una esfera de 6 dm^2 d'àrea
 E) Una esfera d'1 dm de diàmetre

29. Està estudiat que, si la despesa anual de petroli es manté constant, les reserves s'esgotaran d'ací a 50 anys. A la vista d'això, es proposarà un acord internacional perquè tots els països, cada any, reduïsquen la despesa en un percentatge fix respecte a l'any anterior. Quin és el mínim percentatge de reducció que permetria que les reserves de petroli no s'arribessin a esgotar mai?

- A) 200 % B) 0,2 % C) 20 % D) 2 % E) Això és impossible.

30. En un hexàgon regular amb els costats de longitud 1 es dibuixa una flor amb arcs de circumferència de radi 1 i centre els vèrtexs de l'hexàgon com mostra la figura. Quina és l'àrea de la flor dibuixada (regió ombrejada)?



- A) π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $4\sqrt{3} - \pi$
 D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ E) $2\pi - 3\sqrt{3}$